

带投资约束 p -中位问题的混合蚁群算法*

李倩¹, 张惠珍¹, Cesar Beltran-Royo²

(1. 上海理工大学管理学院, 上海 200093; 2. 胡安卡洛斯大学统计与运筹系, 西班牙 马德里 28001)

摘要: 将投资限制引入经典约束 p -中位问题, 提出带投资的约束 p -中位问题, 该问题更适用于交通、物流等领域设施的选址。在深入分析带投资约束 p -中位问题的数学模型的基础上, 首先提出了适用于该问题求解的局部搜索策略; 其次, 将局部搜索策略与拉格朗日启发式算法和蚁群算法相结合, 设计了求解该问题的拉格朗日混合蚁群算法。实验结果表明, 带投资的约束 p -中位问题能够根据投资金额规划不同的投资方案; 且提出的混合蚁群算法较大程度上提高了蚁群算法和拉格朗日启发式算法的求解精度, 具有较好的收敛性。

关键词: 拉格朗日启发式; 蚁群算法; 局部搜索; 约束 p -中位问题

中图分类号: TP301.6 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-3695(2017)06-1704-04

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2017.06.023

Hybrid ant colony algorithm for capacitated p -median problem with investment

Li Qian¹, Zhang Huizhen¹, Cesar Beltran-Royo²

(1. School of Management, University of Shanghai for Science & Technology, Shanghai 200093, China; 2. Dept. of Statistics & Operations Research, Rey Juan Carlos University, Madrid 28001, Spain)

Abstract: This paper presented a capacitated p -median problem with investment constraint called extended capacitated p -median problem (ECPMP), which was more suitable for facility location areas such as transportation and logistics. Furthermore, this paper firstly developed a local search method based on the properties of ECPMP's mathematical model. Secondly, it proposed a new hybrid ant colony algorithm for the ECPMP by combining the local search method, Lagrangian heuristic algorithm and ant colony algorithm. The numerical results not only show that the ECPMP can present different investment plans according to the amount of investment, but also disclose that the hybrid algorithm can perform better than the ant colony algorithm and Lagrangian heuristic algorithm in terms of solution precision and rate of convergence.

Key words: Lagrangian heuristic; ant colony algorithm; local search; capacitated p -median problem

约束 p -中位问题 (capacitated p -median problem, CPMP) 是从有限定容量大小的设施位置集合中选择 p 个要开放的设施, 使其以最小的代价服务于给定的所有客户。它在交通、物流等诸多领域有着广泛应用, 因而一直是选址问题中的研究热点^[1-6]。在实际问题中, 投资者需要控制成本, 因此, 本文在经典 CPMP 模型的基础上增加投资约束, 构建更具有实际应用背景模型, 称此模型为扩展约束 p -中位问题 (extended capacitated p -median problem, ECPMP)。蚁群算法具有鲁棒性强、可以进行分布式计算、易与其他算法有效结合等优点, 但其容易陷入局部最优^[7-10]。本文深入分析 ECPMP 模型的具体特点, 结合拉格朗日启发式算法 (Lagrangian heuristic, LH) 和蚁群算法各自的优点, 提出了一种求解 ECPMP 模型的混合算法。本文首先用蚁群算法、拉格朗日启发式算法、混合算法分别求解经典约束 p -中位问题的相关测试算例; 其次, 用这三种方法分别求解扩展约束 p -中位问题的测试算例。其中, 蚁群算法包括位置选择阶段和客户分配阶段两个阶段; 混合算法包括拉格朗日启发式算法决定开放设施的位置集合, 蚁群算法的客户分配阶段为每一个开放的设施分配客户。

1 扩展约束 p -中位问题

给定建设设施的候选位置集 $M = \{1, \dots, m\}$, 客户集 $N = \{1, \dots, n\}$ 。对于任意给定的 $i \in N$ 和 $j \in M$, c_{ij} 表示客户 i 与设施 j 之间的距离, $f_j > 0$ 表示设施 j 的建造费用, d_i 表示客户 i 的需求量, s_j 表示设施 j 的容量, total 为总投资上限。投资者要在这 m 个候选位置点中选择 p 个位置作为开放设施 (中位点), 并且要求每个客户必须选择一个且只能选择一个开放设施来满足其需求, 同时使总费用最少。ECPMP 的数学模型可被描述为

$$\min z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m w_1 c_{ij} x_{ij} + \sum_{j=1}^m w_2 f_j y_j \quad (1)$$

$$\text{s. t. } \sum_{j=1}^m x_{ij} = 1 \quad \forall i \in N \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n d_i x_{ij} \leq s_j y_j \quad \forall j \in M \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^m y_j = p \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^m f_j y_j \leq \text{total} \quad (5)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in N, \forall j \in M \quad (6)$$

$$y_j \in \{0, 1\} \quad \forall j \in M \quad (7)$$

对于投资者来说, 他们既要考虑设施的服务效率, 又要考

收稿日期: 2016-04-25; **修回日期:** 2016-06-17 **基金项目:** 国家自然科学基金资助项目 (71401106); 上海市教育委员会科研创新项目 (14YZ090); 高等学校博士学科点专项科研基金联合资助项目 (20123120120005); 沪江基金资助项目 (A14006); 国家教育部人文社会科学基金资助项目 (16YJA630037)

作者简介: 李倩 (1990-), 女, 湖北黄冈人, 硕士, 主要研究方向为智能优化; 张惠珍 (1979-), 女 (通信作者), 山西忻州人, 副教授, 硕导, 主要研究方向为运筹学、智能优化 (zhzzywz@163.com); Cesar Beltran-Royo (1968-), 男, 副教授, 主要研究方向为运筹学、整数优化。

虑自身的投资费用。不同的投资者在这两方面侧重不同,资金充足的投资者往往侧重服务效率,而实力稍弱的投资者则侧重投资费用。综合考虑,本文简单地对这两方面进行加权求和,设距离权重因子为 w_1 ,建造费用权重因子为 w_2 。目标函数式(1)是求客户到开放设施的距离和投资费用之和的最小值;等式约束(2)保证每个客户的需求都可以得到满足;不等式约束(3)保证每个开放设施提供的服务量不大于自身的容量;等式约束(4)表明所需建造开放设施的数量;不等式约束(5)保证建造费用不超过总投资;约束(6)(7)给出决策变量的取值为 0 或 1,如果在候选位置 j 建造设施,则 $y_j = 1$,否则 $y_j = 0$;如果客户 i 选择设施 j 为其提供服务,则 $x_{ij} = 1$,否则 $x_{ij} = 0$ 。

2 局部搜索

记 X^* 为 ECPMP 式(1)~(8)的最优解集。分析 ECPMP 的具体特点,可以得到如下定理。

定理 1 设 $(x^*, y^*) \in X^*$, 记 $J = \{j | y_j^* = 1, j \in M\}, \bar{J} = \{j | y_j^* = 0 \text{ 且 } s_j \geq s_k, j \in M, k \in J\}$; 对于 $\forall j \in J$, 记 $I_j = \{i | x_{ij}^* = 1, i \in N\}$, 则存在

$$\sum_{i \in I_j} c_{ij} + f_j = \min_{j' \in (J \cup \bar{J})} \{ \sum_{i \in I_{j'}} c_{ij'} + f_{j'} \}$$

证明 假定存在 $j_0 \in \bar{J}, J_{j_0} = \{i | x_{ij_0}^* = 1, i \in N\}$, 使得下式成立

$$\sum_{i \in J_{j_0}} c_{ij_0} + f_{j_0} > \min_{j' \in (J \cup \bar{J})} \{ \sum_{i \in I_{j'}} c_{ij'} + f_{j'} \}$$

则可定义给定的 ECPMP 的解 (\tilde{x}, \tilde{y}) 为

$$\begin{cases} \tilde{x}_{ij} = x_{ij}^* & i \in N, j \neq j_0 \\ \tilde{x}_{ij} = 0 & i \in N, j = j_0 \end{cases} \quad \begin{cases} \tilde{y}_j = y_j^* & j \neq j_0 \\ \tilde{y}_j = 0 & j = j_0 \end{cases}$$

计算使下式成立的 j'' 为

$$\sum_{i \in J_{j_0}} c_{ij_0} + f_{j_0} = \min_{j'' \in (J \cup \bar{J})} \{ \sum_{i \in I_{j''}} c_{ij''} + f_{j''} \}$$

并令 $\tilde{y}_{j''} = 1$ 和 $\tilde{x}_{ij''} = 1 (i \in I_{j_0})$, 可得

$$\begin{aligned} \sum_{i \in J_{j_0}} c_{ij_0} x_{ij_0}^* + f_{j_0} y_{j_0}^* &> \sum_{i \in J_{j_0}} c_{ij_0} \tilde{x}_{ij_0} + f_{j_0} \tilde{y}_{j_0} \Rightarrow \sum_{i \in J_{j_0}} c_{ij_0} x_{ij_0}^* + f_{j_0} y_{j_0}^* + \sum_{i=1}^n c_{ij_0} x_{ij_0}^* + \\ f_{j_0} y_{j_0}^* &> \sum_{i=1}^n c_{ij_0} \tilde{x}_{ij_0} + f_{j_0} \tilde{y}_{j_0} = \sum_{i=1}^n c_{ij_0} \tilde{x}_{ij_0} + f_{j_0} \tilde{y}_{j_0} + \sum_{i=1}^n c_{ij_0} \tilde{x}_{ij_0} + f_{j_0} \tilde{y}_{j_0} \Rightarrow \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m c_{ij} x_{ij}^* + \\ &+ \sum_{j=1}^m f_j y_j^* > \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m c_{ij} \tilde{x}_{ij} + \sum_{j=1}^m f_j \tilde{y}_j \end{aligned}$$

这与 $(x^*, y^*) \in X^*$ 相矛盾。

根据上述定理,本文设计了一种局部搜索策略,并将其嵌入到本文中提出的三种算法中,以有效改进所求问题的可行解。下面通过一个例子来对局部搜索策略进行简要介绍。

给定一个 $m = 5, p = 2$ 的 ECPMP, 该问题中客户与设施之间的运输费用矩阵 C 、设施安装费用向量 F 、设施容量向量 S 、客户需求量 D 、总投资 B 分别为

$$C = \begin{bmatrix} 0.1 & 1 & 1 & 5 & 6 \\ 1 & 0.1 & 5 & 3 & 5 \\ 1 & 5 & 0.1 & 3 & 5 \\ 5 & 3 & 3 & 0.1 & 5 \\ 6 & 5 & 5 & 5 & 0.1 \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} F &= [3, 2, 8, 5, 5], \\ S &= [15, 8, 25, 20, 20], \\ D &= [3, 5, 2, 5, 4], \\ B &= 10 \end{aligned}$$

假设初始解为: $x_{14} = 1, x_{24} = 1, x_{34} = 1, x_{44} = 1, x_{55} = 1, y_1 = 0, y_2 = 0, y_3 = 0, y_4 = 1, y_5 = 1$, 即开放的设施为 $\{4, 5\}$, 设施 4 服务客户 $\{1, 2, 3, 4\}$, 设施 5 服务客户 $\{5\}$ 。当前需要替换的设施为 4, 根据投资约束和容量约束, 可选择的未开放的设施为 $\{1\}$, 分别计算设施 1 和 4 服务客户 $\{1, 2, 3, 4\}$ 的费用: $v_1 = c_{11} + c_{21} + c_{31} + c_{41} + f_1 = 10.1, v_4 = c_{14} + c_{24} + c_{34} + c_{44} + f_4 = 16.1$ 。因为 $v_1 < v_4$, 所以输出结果为: $x_{11} = 1, x_{21} = 1, x_{31} = 1, x_{41} = 1, x_{55} = 1, y_1 = 1, y_2 = 0, y_3 = 0, y_4 = 0, y_5 = 1$ 。

3 蚁群算法

蚁群算法是一种受真实蚂蚁觅食过程启发而提出的一种基于群体智能的仿生类算法。其基本原理来自于昆虫学家对蚂蚁觅食过程的观察: 蚂蚁在搜索食物源时, 能在其经过的路径上释放一种蚂蚁特有的分泌物——信息素, 该分泌物能够被其他蚂蚁感知并影响其行为。当选择某些路径的蚂蚁越来越多时, 该路径上累积的信息素就越多, 以致后来蚂蚁选择该路径的概率也越高, 也就增加了该路径的吸引强度, 依靠这种生物机制, 蚂蚁最终可以找到一条到食物源的最短路线。蚁群算法已在一系列复杂的组合优化问题求解中取得了成效。

3.1 构造方案

蚁群算法包括位置选择阶段和客户分配阶段两个阶段。位置选择阶段是指在候选位置集中选择 p 个位置作为开放设施; 客户分配阶段是指给每一个开放设施分配客户。

3.1.1 位置选择阶段

蚂蚁在搜索过程中, 其判断受信息素浓度和期望值影响。在第 g 次迭代过程中, 蚂蚁 h 选择设施 j 的过程可描述如下:

$$j = \begin{cases} \arg \max_{j \in O_g^h} [(\tau_j^g)^\alpha (\eta_j^g)^\beta] & q \leq q_0 \\ J & q > q_0 \end{cases} \quad (8)$$

$$J: P_j^h = \frac{(\tau_j^g)^\alpha (\eta_j^g)^\beta}{\sum_{j \in O_g^h} (\tau_j^g)^\alpha (\eta_j^g)^\beta} \quad (9)$$

其中: O_g^h 为在第 g 次迭代过程中蚂蚁 h 没有选中的候选位置集; τ_j^g 为候选位置点 j 的信息素; η_j^g 为启发函数, 表示蚂蚁 h 选择设施 j 的期望程度, $\eta_j^g = s_j / f_j$; α 为信息素重要程度因子, 其值越大, 表示信息素的浓度在选择过程中所起的作用越大; β 为启发函数重要程度因子, 其值越大, 表示启发函数在选择过程中所起的作用越大; q_0 为预先定义的常数, 取值为 $[0, 1]$ 。

式(9)采用轮盘赌法选择开放设施, 下面通过实例描述其具体过程。表 1 表示蚂蚁 h 采用轮盘赌法选择设施 j 时, 10 个候选设施点处的概率 P_j^h 和累积概率。当 $q > q_0$ 时, 将随机数 q 作为选择指针来确定蚂蚁 h 的被选设施。如 $q_0 = 0.15$ 和 $q = 0.63$ 时, 蚂蚁 h 的被选设施为 5, 即 $J = 5$ 。

表 1 轮盘赌法确定被选中位点

参数	设施									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P_j^h	0.18	0.16	0.15	0.13	0.11	0.09	0.07	0.06	0.03	0.02
累积概率	0.18	0.34	0.49	0.62	0.73	0.82	0.89	0.95	0.98	1.00

3.1.2 客户分配阶段

当开放设施集合确定后, 蚁群算法根据式(10)(11)为一个开放设施分配客户。

$$v = \begin{cases} \arg \max_{j \in W_g^h} [(\xi_{ij}^g)^\varepsilon (\psi_{ij}^g)^\gamma] & q \leq q_1 \\ V & q > q_1 \end{cases} \quad (10)$$

$$V: P_{ij}^h = \frac{(\xi_{ij}^g)^\varepsilon (\psi_{ij}^g)^\gamma}{\sum_{j \in W_g^h} (\xi_{ij}^g)^\varepsilon (\psi_{ij}^g)^\gamma} \quad (11)$$

其中: W_g^h 为在第 g 次迭代过程中蚂蚁 h 选择的开放设施的集合; ξ_{ij}^g 为客户 i 与设施 j 之间的信息素; ψ_{ij}^g 为启发函数, 其值 $\psi_{ij}^g = 1 / c_{ij}$; ε 为信息素重要程度因子; γ 为启发函数重要程度因子; q_1 为预先定义的常数, 取值为 $[0, 1]$ 。式(11)采用轮盘赌法为开放设施分配客户。

3.2 信息素更新

在蚁群算法搜索过程中, 蚂蚁之间是通过信息素进行彼此

“交流”，但随着时间的推移，蚂蚁在路径上留下的信息素逐渐衰减。信息素的更新在位置选择阶段和客户分配阶段分别为

$$\tau_i^{new} = \rho \times \tau_i^{old} + \sum_{h=1}^b \Delta\tau_j^h \quad (12)$$

$$\xi_{ij}^{new} = \rho' \times \xi_{ij}^{old} + \sum_{h=1}^b \Delta\xi_{ij}^h \quad (13)$$

其中： $\Delta\tau_j^h$ 表示蚂蚁 h 在本次循环过程中留在设施点 j 上的信息素； $\Delta\xi_{ij}^h$ 表示蚂蚁 h 在本次循环过程中留在客户 i 和设施点 j 之间的信息素； ρ 和 ρ' 表示信息素衰减因子， b 为蚂蚁个数。本文通过式(14)(15)计算 $\Delta\tau_j^h$ 和 $\Delta\xi_{ij}^h$ 。

$$\Delta\tau_j^h = \begin{cases} [(L_w - L_b) + (L_w - L_l)] \times a_j / L_w & \text{设施 } j \text{ 被选中} \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (14)$$

$$\Delta\xi_{ij}^h = \begin{cases} [(L_w - L_b) + (L_w - L_l)] / L_w & (i, j) \text{ 在最优路径上} \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (15)$$

其中： L_w 表示当前循环中目标函数最大值， L_b 表示全局目标函数最小值， L_l 表示当前循环中目标函数最小值， a_j 表示设施点 j 服务的客户数。

3.3 蚁群算法设计

a) 初始化。蚂蚁个数 b ，反映信息素重要程度的因子 α 和 ε ，反映启发函数重要程度的因子 β 和 γ ，信息素衰减因子 ρ 和 ρ' ，常数 q_0 和 q_1 ，最大迭代次数 NC ，信息素矩阵 $T_0 = (\tau_j)_{NC \times p}$ 和 $T_1 = (\xi_{ij})_{NC \times n}$ 。

b) 根据式(8)(9)从候选设施集中选出开放设施集；根据式(10)(11)为每一个开放设施分配客户。

c) 局部搜索改进解的质量并更新当前满意解。

d) 根据式(12)~(15)更新信息素。

e) 满足最大迭代次数，则结束搜索，并输出结果，否则转 b)。

4 拉格朗日启发式算法

拉格朗日松弛算法有两个用途，一个是提供计算值的下界，用于评价计算结果；另一个就是构造拉格朗日启发式算法^[11,12]。本文通过对经典约束 p -中位问题特点的深入分析，提出了一种求解约束 p -中位问题的拉格朗日松弛启发式算法。

4.1 计算下限

针对本文松弛等式(1)，拉格朗日乘子为 $\lambda_i (i = 1, \dots, n)$ ，则目标函数为

$$\max_{\lambda} \min_{x,y} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m w_1 c_{ij} x_{ij} + \sum_{j=1}^m w_2 f_j y_j + \sum_{i=1}^n \lambda_i (1 - \sum_{j=1}^m x_{ij}) \quad (16)$$

s. t. 式(3)~(7)

对于给定的拉格朗日乘子，求解上述对偶问题通常用精确型算法，但其过程耗时长，因此，本文用拉格朗日启发式算法求解上述问题。算法过程描述如下：

a) 对 $i \in N, j \in M$ ，计算 $r_{ij} = c_{ij} - \lambda_i$ 和 $k_{ij} = r_{ij} / d_i$ 。

b) 将 k_{ij} 的每列按升序排序，即每列的 l 位置上的值为 $k_{[l]j}$ 。

c) 设置变量并初始化。候选位置点 j 提供的总服务费用 V_j ，候选位置点 j 已占用的容量 t_j ，索引变量 l ； $V_j = 0, t_j = 0, l = 0$ 。

d) 求解过程。

(a) 若 $t_j + d_{[l]} < s_j$ 且 $r_{[l]j} < 0$ ，则令 $V_j = V_j + r_{[l]j}, t_j = t_j + d_{[l]}, l = l + 1$ ；

(b) 若 $l = m$ ，则将 V_j 按升序排序，取前 p 个元素的下标构成集合 P ，若 $j \in P$ ，则 $y_j = 1$ ，否则 $y_j = 0$ ；

(c) 若 $y_j = 1$ 且 $r_{[l]j} < 0$ ，则 $x_{[l]j} = 1$ ，否则 $x_{[l]j} = 0$ 。

e) 计算对偶问题的目标函数值 LB 。

4.2 计算上限

对偶问题的上限值为原问题的一个可行解，本文计算上限如下：首先根据 4.1 节中得到开放设施集 $P(p_1, \dots, p_p)$ ；其次，将客户分配到最近的开放设施；然后运用插入和交换两种局部搜索方式得到原问题的一个可行解。插入方式是将某个客户从当前为其服务的设施移动到其他的候选设施点。交换方式是将分配在两个不同设施位置点的客户进行交换。

4.3 拉格朗日乘子更新

本文初始拉格朗日乘子的值为 $\lambda_i^1 = \max_j c_{ij} (i \in N)$ 。通过标准次梯度优化方法计算步长：

$$t^g = \frac{\pi^g (UB - LB^g)}{\sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^m x_{ij}^g - 1)^2} \quad (17)$$

其中：常数 π 的初始值为 $\pi^1 = 2$ 。拉格朗日乘子更新如下：

$$\lambda_i^{g+1} = \max \{ 0, \lambda_i^g - t^g (\sum_{j=1}^m x_{ij}^g - 1) \} \quad (18)$$

其中，因为松弛了一个等式，所以拉格朗日乘子的正负没有限制。

4.4 拉格朗日启发式算法设计

a) 初始化。常数 π^1 ，拉格朗日乘子 λ_i^1 ，上限值 $UB = +\infty$ ，迭代次数 $g = 1$ 。

b) $g = g + 1$ ，根据式(16)计算下限 LB^g 。

c) 找出原问题的一个可行解，计算上限值 Z_{UB} ，若 $Z_{UB} < UB$ ，则 $UB = Z_{UB}$ 。

d) 根据式(17)(18)更新 λ_i^{g+1} 。

e) 更新 π^g 。

(a) 连续循环 5 次没有提高解，则 $\pi^{g+1} = \frac{1}{2} \pi^g$ ；

(b) 连续循环 50 次将 π^g 的值设置为初始值，即 $\pi^{g+1} = \pi^1$ 。

f) 若 $g > G$ ，则终止程序；否则，转步骤 b)。

5 混合算法

一方面，在蚁群算法过程中，受运输距离和安装费用的影响，需要权衡两者的费用问题，所以位置选择阶段对客户分配阶段有很大的影响，另一方面，对于拉格朗日启发式算法来说，找到一个好的上限值特别重要。因此，本文结合这两种基本算法的优缺点，提出了混合算法。首先，运用拉格朗日启发式算法求出开放设施集合；其次，利用蚁群算法的客户分配阶段为每一个开放设施分配客户；最后，通过局部搜索方法改进解的质量。混合算法可描述如下：

a) 初始化。常数 $\pi^1, \varepsilon, \gamma, q_1$ 和 ρ' ，蚂蚁个数 b ，拉格朗日乘子 λ_i^1 ，上限值 UB ，信息素矩阵 $T_1 = (\xi_{ij})_{NC \times n}$ 。

b) 根据拉格朗日松弛启发式算法计算下限和开放设施集，根据式(10)(11)为每一个开放设施分配客户。

c) 局部搜索改进解的质量并更新当前满意解。

d) 计算上限 Z_{UB} ，若 $Z_{UB} < UB$ ，则 $UB = Z_{UB}$ 。

e) 更新信息素，更新拉格朗日乘子 λ 和常数 π 。

f) 满足最大迭代次数，则结束搜索，并输出结果；否则转 b)。

6 算例结果与分析

6.1 基于标准测试算例的实验及分析

本文实验环境：Intel® Core™ i3 CPU @ 2.53 GHz, 1.83

GB 内存,操作系统为 32 位 Windows 7,数据处理由 MATLAB R2012 b 完成。测试算例数据为基于两组标准测试算例,第一组为 Beasley 的 OR-library 中普遍使用的一组 CPMP 实例,选取其中 10 个算例, $n=50, p=5$;第二组为文献[13]中 6 个标准测试算例,需求点 N 及其中心点 P 的规模用 $SJC(N, P)$ 表示,分别为 $SJC1(100, 10)$ 、 $SJC2(200, 15)$ 、 $SJC3a(300, 25)$ 、 $SJC3b(300, 30)$ 、 $SJC4a(402, 30)$ 、 $SJC4b(402, 40)$ 。求解过程中,为了保证模型与测试算例一致,将部分参数的值设置如下: $w_1=1, w_2=0$,总投资 total 的值设为开放全部设施的总建造费用。用 LH 表示拉格朗日启发式算法,用 ACO 表示蚁群算法,用 LH-ACO 表示混合算法,最大迭代次数设为 500 次。

表 2 给出了各参数的取值,蚁群算法中的相关参数的取值本文借鉴蚁群算法在求解 TSP 时的参数设置方法,并通过微调,得到求解各算例时最好的参数组合。表 3 给出了本文中提出的三种方法计算测试算例的结果,由于三种算法的运行时间不同,所以本文不考虑时间差异,而是用迭代次数来作相关的分析。其中,best-known 表示该问题已知最优解所对应的目标函数值(注:best-known 是利用其他智能优化算法或精确算法求解出的已知最优目标函数值,利用 best-known 与本文方法求解结果对比,实质即为将本文方法与其他优化方法进行对比);gap 为各算法所得解与 best-known 的相对偏移百分比。由表 3 可知,混合算法求解性能最好,尤其是在求解小规模问题时,其 gap 的百分比都为 0;而求解大规模算例时,算例 SJC1、SJC2 的结果也非常接近给出的最优值。

表 2 参数设置

LH		ACO		LH-ACO	
参数	值	参数	值	参数	值
π	2	α	1	π	2
G	500	β	3	b	20
		ε	2	ε	2
		γ	3	γ	3
		q_0	0.1	q_1	0.1
		q_1	0.1	ρ	0.15
		ρ	0.15	Q	1
		ρ'	0.15	NC	500
		b	20		
		Q	1		
		NC	500		

表 3 求解约束 p -中位问题的结果比较

pro.	best-known	LH	gap/%	ACO	gap/%	LH-ACO	gap/%
cpmp01	713	772	8.27	728	2.10	713	0.00
cpmp02	740	820	10.81	820	10.81	740	0.00
cpmp03	751	891	18.64	776	3.33	751	0.00
cpmp04	651	671	3.07	671	3.07	651	0.00
cpmp05	664	743	11.90	707	6.48	664	0.00
cpmp06	778	888	14.14	852	9.51	778	0.00
cpmp07	787	897	13.98	843	7.12	787	0.00
cpmp08	820	850	3.66	850	3.66	820	0.00
cpmp09	715	836	16.92	757	5.87	715	0.00
cpmp10	829	970	17.01	882	6.39	829	0.00
SJC1	17 288	20 713.83	19.82	19 161.37	10.84	18 442.66	6.68
SJC2	33 270	38 056.29	14.39	37 616.15	13.06	34 987.57	5.16
SJC3a	45 338	72 224.77	59.30	55 177.03	21.70	54 626.64	20.49
SJC3b	40 635	61 658.12	51.74	51 880.17	27.67	48 405.07	19.12
SJC4a	61 928	103 380.4	66.94	82 532.79	33.27	78 534.39	26.82
SJC4b	52 541	78 206.04	48.85	68 593.21	30.55	67 416.71	23.17

为了进一步分析三种算法在求解约束 p -中位问题的有效性和计算复杂性,本文以算例 SJC1 为例,给出求解的迭代过程图,如图 1 所示。由图 1 可知,一方面,LH 算法和 ACO 算法在迭代次数到达一半时,陷于局部最优,而 LH-ACO 算法在接近最大迭代次数时才保持目标函数值不变;另一方面,LH-ACO 计算的结果都优于其他两种算法。

6.2 基于 ECPMP 测试算例的实验及分析

本文在上述标准测试算例^[13]中的算例 SJC1 的基础上,加入设施的建造费用和投资约束,组成五个测试算例。其中,设施建造费用的范围为[500,1500],本文不考虑偏好因素,将参数设置如下: $w_1=1, w_2=1$;最大迭代次数为 500 次,程序运行 50 次。

表 4 给出了五个算例的计算结果,其中,total 表示投资金额上限, (p, m) 表示算例的规模, Va 表示各个算法的计算结果。由表 4 可知,建造 15 个设施的规划方案相对于其他四个规划方案花费较少,且混合蚁群算法更适合用来求解扩展约束 p -中位问题。

表 4 求解扩展约束 p -中位问题的结果比较

problem	total	(p, m)	LH Va	ACO Va	LH-ACO Va
pro1		(11, 100)	41 950.92	26 097.37	25 772.36
pro2		(12, 100)	43 806.03	26 931.22	25 422.83
pro3	12 000	(13, 100)	45 713.17	27 795.64	25 189.71
pro4		(14, 100)	44 774.76	28 497.44	25 311.75
pro5		(15, 100)	42 852.28	25 587.80	24 571.60

为了进一步分析混合蚁群算法在求解扩展约束 p -中位问题的有效性和计算复杂性,类似于图 1,以 pro5 为例给出求解迭代过程,如图 2 所示。由图 2 可知,混合蚁群算法的计算结果最好,且在迭代到 400 次左右时,其计算结果还在发生改变。由此可知,混合蚁群算法明显改善了基本蚁群算法易陷入局部最优的不足。

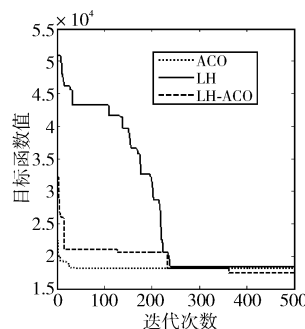


图 1 算例 SJC1 迭代过程图

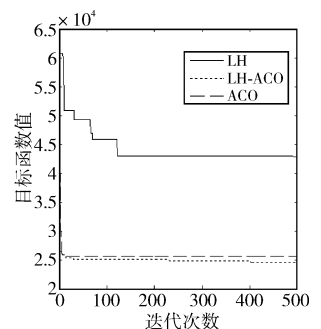


图 2 算例 pro5 的迭代过程图

7 结束语

交通、物流等领域的很多设施选址问题均受投资成本的影响,本文在经典约束 p -中位问题中引入了投资限制,提出了带投资的约束 p -中位选址模型,该模型更加符合实际应用领域的要求。在深入分析带投资约束 p -中位问题具体特征的基础上,将局部搜索方法、拉格朗日启发式方法与蚁群算法相结合,设计了求解问题的拉格朗日混合蚁群算法。一方面,为了测试算法的优化性能,分别应用蚁群算法和拉格朗日混合蚁群算法求解了几个比较经典的约束 p -中位问题。从实验结果可以看出,本文提出的混合算法比蚁群算法具有较高的搜索精度、具有较好的优化性能。另一方面,为了验证带(下转第 1725 页)

4 结束语

APA 重复利用数据,在数据相关性较强的情况下可提高算法收敛速度。本文以 BSS 的独立分量分析为基础,结合 APA 重复利用数据思想,设计出 BSS 的 APA-ICA 类新算法 (APA-ME、APA-MMI、APA-EASI)。在这些新算法中,输出向量数据被重复利用,向量式数据转变成矩阵式数据,从而加快了 BSS 的收敛速度。仿真结果表明,APA-ICA 类 BSS 算法是有效的。进一步的研究可将 APA 重复使用数据思想推广到 BSS 的非线性主分量分析 (PCA) 类算法,也可以尝试在其他领域应用。

参考文献:

- [1] Prakash K, Hepzibha R D. Blind source separation for speech music and speech mixtures[J]. *International Journal of Computer Applications*, 2015, 110(12): 40-43.
- [2] 李鹏,周明全,黎南杉,等. 基于频域卷积信号盲源分离的乐曲数据库构建[J]. *计算机应用研究*, 2010, 27(4): 1376-1379.
- [3] 李飞,李国林,粘朋雷. 基于盲源分离的雷达信号欺骗干扰抑制[J]. *海军航空工程学院学报*, 2015, 30(5): 424-427.
- [4] 李志农,皮海玉,肖尧先. 基于量子遗传的机械故障盲源分离方法研究[J]. *兵工学报*, 2014, 35(10): 1681-1688.
- [5] Jutten C, Herault J. Blind separation of sources Part I: an adaptive algorithm based on neuromimetic architecture[J]. *Signal Processing*, 1991, 24(1): 1-10.
- [6] Comon P. Independent component analysis, a new concept? [J]. *Signal Processing*, 1994, 36(3): 287-314.
- [7] Karhunen J, Joutsensalo J. Representation and separation of signals using nonlinear PCA type learning[J]. *Neural Networks*, 1994, 7(1): 113-127.
- [8] 陈超,何怡刚,尹柏强,等. 改进频点权重系数的频域盲源分离排序算法[J]. *计算机应用研究*, 2014, 31(12): 3753-3755.
- [9] 吴微,彭华,张帆. FastICA 和 RobustICA 算法在盲源分离中的性能分析[J]. *计算机应用研究*, 2014, 31(1): 95-98.
- [10] 阮宗利,李立萍,钱国兵,等. 基于含噪复值 ICA 信号模型的快速不动点算法[J]. *电子与信息学报*, 2014, 36(5): 1094-1099.
- [11] 陈雷,张立毅,郭艳菊,等. 基于时间可预测性的差分搜索盲信号分离算法[J]. *通信学报*, 2014, 35(6): 18-125.
- [12] Ozeki K, Umeda T. An adaptive filtering algorithm using an orthogonal projection to an affine subspace and its properties[J]. *Electronics and Communications in Japan (Part I: Communications)*, 1984, 67(5): 19-27.
- [13] Bell A J, Sejnowski T J. An information-maximization approach to blind separation and blind deconvolution[J]. *Neural Computation*, 1995, 7(6): 1129-1159.
- [14] Amari S I, Cichocki A, Yang H H. A new learning algorithm for blind signal separation[J]. *Advances in Neural Information Processing System*, 1996, 8: 757-763.
- [15] Cardoso J F, Laheld B. Equivariant adaptive source separation[J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 1996, 44(12): 3017-3029.
- [16] Zhu Xiaolong, Zhang Xianda. Adaptive RLS algorithm for blind source separation using a natural gradient[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2002, 9(12): 432-435.
- [17] Sankaran S G, Beex A A. Convergence behavior of affine projection algorithms[J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 2000, 48(4): 1086-1096.
- [18] 索算法[J]. *计算机工程与应用*, 2011, 47(20): 28-30.
- [7] 陈迎欣. 基于改进蚁群算法的车辆路径优化问题研究[J]. *计算机应用研究*, 2012, 29(6): 2031-2034.
- [8] 李卫斌,董影影,李小林,等. 改进蚁群算法在应急 VRP 中的应用及收敛性分析[J]. *计算机应用研究*, 2014, 31(12): 3557-3559.
- [9] 谈晓勇,林鹰. 基于混沌蚁群算法的应急救援车辆调度优化[J]. *计算机应用研究*, 2014, 31(9): 2640-2643.
- [10] Chen Chiaho, Ting Chingjung. Combining Lagrangian heuristic and ant colony system to solve the single source capacitated facility location problem [J]. *Transportation Research Part E*, 2008, 44(6): 1099-1122.
- [11] Nezhad A M, Manzour H, Salhi S. Lagrangian relaxation heuristics for the uncapacitated single-source multi-product facility location problem [J]. *International Journal Production Economics*, 2013, 145(2): 713-723.
- [12] Monabbati E, Kakhki H T. On a class of subadditive duals for the uncapacitated facility location problem [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2015, 251: 118-131.
- [13] Lorena L, Senne E. Local search heuristics for capacitated p -median problems [J]. *Networks and Spatial Economics*, 2003, 3(4): 409-419.

(上接第 1707 页)投资约束 p -中位选址模型的适用性,构造了五个带投资限制的约束 p -中位问题的测试算例,并利用拉格朗日混合蚁群算法对其求解。实验结果表明,该模型更加符合实际要求,能够根据投资金额规划不同的投资方案。

参考文献:

- [1] Fleszar K, Hindi K S. An effective VNS for the capacitated p -median problem [J]. *European Journal of Operational Research*, 2008, 191(3): 612-622.
- [2] Correa E S, Steinern T A, Freitas A A, et al. A genetic algorithm for solving a capacitated p -median problem [J]. *Numerical Algorithms*, 2004, 35(2-4): 373-388.
- [3] Luiz A N, Lorena, Edson L F, et al. A column generation approach to capacitated p -median problems [J]. *Computers & Operations Research*, 2004, 31(6): 863-876.
- [4] Stephan S, Rolf W. A scatter search heuristic for the capacitated clustering problem [J]. *European Journal of Operational Research*, 2006, 169(2): 533-547.
- [5] 李有梅,陈晔. 一种新的求解约束 p -中位问题的启发式算法[J]. *计算机工程*, 2005, 31(19): 162-164.
- [6] 徐先瑞,李响,李小杰. 改进的求解约束 p -median 问题的分散搜